

СТРІЧКА МЕБІУСА

Виноградов М.О., студент; СумДУ, гр. ІН-41

Незвичайна, загадкова, - це далеко не всі епітети, якими можна описати цей дивний об'єкт – **стрічку Мебіуса** або лист(петлю) Мебіуса. Що ж вона собою являє? Це – топологічний об'єкт, найпростіша неорієнтована поверхня, одностороння при вкладенні в звичайний трьохвимірний простір R^3 . Як бачимо, вже на етапі визначення з'являються певні питання, що до термінології, отож почнемо з самого початку, такої собі преамбули до теми.

Ми знаємо, що математика – це комплекс наук, до яких входять математичний аналіз, алгебра, аналітична геометрія і т.д. Одним із розділів математики, який близький до геометрії, є **топологія** – це доволі сучасна наука, засновником якої є Леонард Ейлер, вона вивчає в узагальненому вигляді явище неперервності, тобто тіла та їх властивості, які залишаються незмінними при деформаціях (так ніби дані тіла створені з гуми) і не допускають розривів чи склеювань. Цікавим є те що для неї не є суттєвими, наприклад такі звичні поняття, як кути і відстані. Базове поняття топології – **неперервність**.

Одним з таких об'єктів є стрічка Мебіуса, яка незалежно відкрита Німецькими математиками **А.Ф. Мебіусом** (в «Роботі про могогранники») і **І.Б. Лістінгом** в 1858 році незалежно один від одного.

Рівняння даної фігури задається параметрично в просторі R^3 :

$$\begin{cases} x(u, v) = \left(1 + \frac{v}{2} \cos \frac{u}{2}\right) \cos(u) \\ y(u, v) = \left(1 + \frac{v}{2} \cos \frac{u}{2}\right) \sin(u) \\ x(u, v) = \frac{v}{2} \sin \frac{u}{2} \end{cases} \quad \text{де } 0 \leq u < 2\pi \text{ та } -1 \leq v \leq 1 \quad (1)$$

В циліндричних координатах стрічка Мебіуса задається рівнянням:
 $\log \left(r \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) = z \cos \left(\frac{\theta}{2} \right)$ (2), де функція логарифма має довільну основу.

Особливий інтерес цей об'єкт викликає рядом своїх **властивостей**:

- **Односторонність** – дана фігура має лише одну сторону та один край.

- Неперервність – будь-які дві точки на стрічці. Мебіуса можуть бути з'єднані лінією, яка не буде перетинати край цієї фігури. Оскільки на стрічці немає розривів, то цю неперервність можна назвати повною.
- Зв'язаність – стрічка залишиться цільною якщо розрізати її уздовж.
- Відсутність орієнтованості.

Цікавим також є те, що при різному розрізанні стрічки, отримаємо різний результат, наприклад, якщо розрізати лист Мебіуса по його середній лінії, то він перетворюється на перекручене кільце.

Схожою зі стрічкою Мебіуса є так звана **Пляшка Клейна** – це одностороння поверхня, що не має краю. Якщо розрізати її певним чином навпіл, то отримаємо дві стрічки Мебіуса.

Застосування стрічки Мебіуса

- Кінострічка – можливість записувати звук на кінострічці без зміни катушок, відразу з двох сторін, за допомогою стрічки Мебіуса.
- Матричний принтер - у багатьох матричних принтерах барвна стрічка також має вигляд листа Мебіуса для збільшення її ресурсу.
- Шліфувальна стрічка у вигляді листа Мебіуса дає змогу більш рівномірно її використовувати, і як наслідок збільшується термін її експлуатації.
- Стрічка конвеєра у вигляді листа Мебіуса – переваги аналогічні попереднім.
- Касети – використовувалися касети для магнітофона, де стрічка була перекручена у вигляді листа Мебіуса, що дозволяло збільшити об'єм запису у два рази.
- Пружина в формі стрічки Мебіуса є особливою – її неможливо перекрутити.

Багато митців архітектури, живопису, літератури використало в своїх творах ідею стрічки Мебіуса. Існують також пам'ятники даній фігури, як одному із символів сучасної математики.

Керівник: Шуда І.О., *доцент*

1. М.Гарднер «Математические чудеса и тайны»
2. Фукс Д. «Лента Мебіуса. Вариации на старую тему»
3. «Наука» 1978 р., с. 43 - 48.